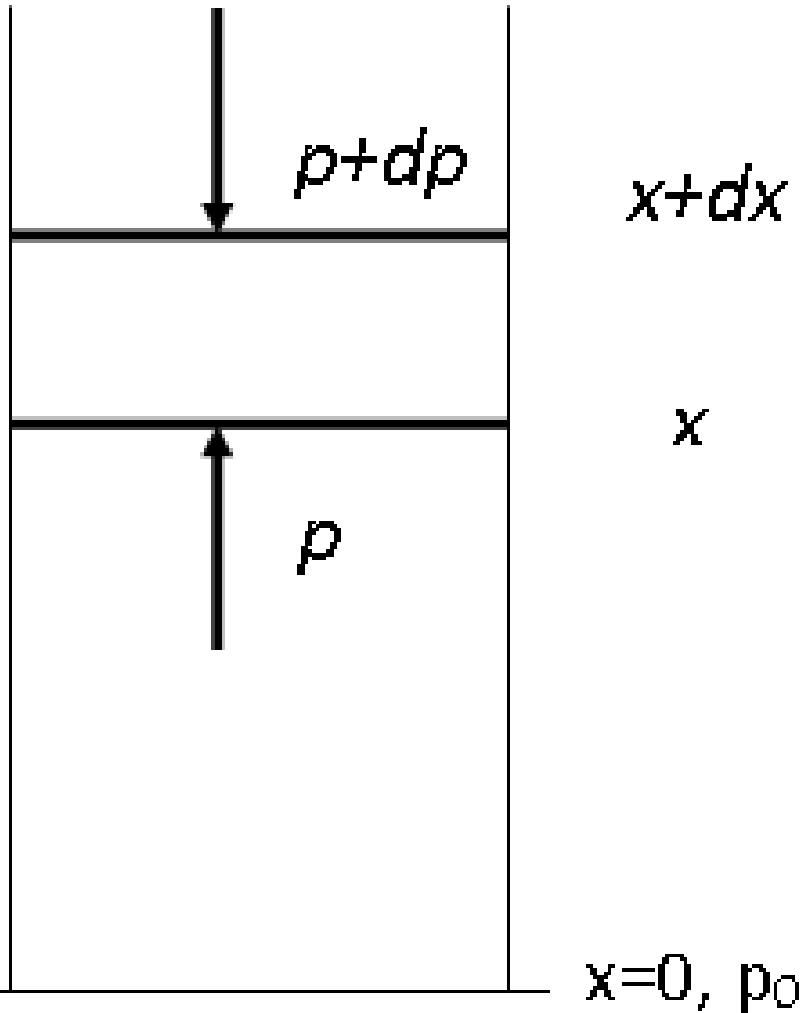


БАРОМЕТРЛІК ФОРМУЛА



$x = 0$ болғанда қысым P_0
 x Биіктіктегі қысым P тең
 Биіктік dx өзгергенде, қысым
 dp -ға өзгереді.

Ауаның кез келген биіктіктегі
 қысымы $p + dp$

осы ауаның вертикал
 бағанасының бірлік ауданға
 түсірген салмағына тең
 болады.

$$(p+dp)S+mg=pS$$

Онда кез келген биіктіктегі dp қысым $Sdp+mg=Sdp+\rho Vg=0$ немесе
 өзгерісі былай табылады:

$$dp = -\rho g dx$$

V – ауаның dx вертикал бағанасының көлемі $V=Sdx$,
бірлік көлемдегі бөлшектер саны

$$n = \frac{p}{kT} \quad (2)$$

Онда ауаның тығыздығы $\rho = \frac{m_0 p}{kT} \quad (3)$

(3)-ші өрнекті ескеріп, (1)-ші өрнекті былай жазамыз:

$$dp = -\frac{m_0 g}{kT} p dx \quad , \text{ осыдан} \quad \frac{dp}{p} = -\frac{m_0 g}{kT} dx \quad (4)$$

Егер барлық биіктік бойынша ($T = const$) болса, онда (4)-ті интегралдап, қысымды x биіктіктің функциясы түрінде анықтаймыз:

$$\ln p = -\frac{m_0 g}{kT} x + \ln C$$

немесе

$$p = C e^{-\frac{m_0 g}{kT} x} \quad (5)$$

интегралдау тұрақтысы

C тұрақтыны бастапқы шарт бойынша анықтаймыз

$x = 0$ кезінде, $p = p_0$



$$p_0 = C$$

Изотермдік жағдайда ауаның қысымының биіктікке тәуелділігі

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g}{kT} x} \quad (6)$$

Егер молекуланың массасын $m_0 = \frac{M}{N_A}$ деп анықтасак, онда

$$p = p_0 e^{-\frac{M g}{RT} x} \quad (7)$$

Осы (6) және (7) өрнектер барометрлік формула деп аталады.

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g}{kT} x} \quad (8)$$

n – бірлік көлемдегі x – биіктіктегі молекулалар саны, n_0 – нольге тең болған биіктіктегі бірлік көлемдегі молекулалар саны.

Мольдік массасы арқылы жазсақ

$$n = n_0 e^{-\frac{Mg}{RT} x} \quad (9)$$

Ауырлық күшінің үдеуі жоғары биіктіктерде кемиді. Шынында, бүкіл әлемдік тартылыс заңы бойынша ауырлық күшінің үдеуі Жердің центрінен алған r қашықтыққа тәуелді болады:

$$g(r) = \gamma \frac{M_{\text{жс}}}{r^2} = \gamma \frac{M_{\text{жс}}}{(r_0 + x)^2}, \quad (10)$$

γ – гравитациялық тұрақты, $M_{\text{жс}}$ – Жердің массасы, r_0 – Жердің радиусы.

Осыған орай, (4)-ші өрнекті мына түрде жазамыз:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{M_{\text{жс}} m_0}{kT} \gamma \frac{dx}{(r_0 + x)^2}.$$

Температура тұрақты деп, осы өрнекті интегралдап, мынаны аламыз:

$$\ln p = \gamma \frac{M_{\text{жс}} m_0}{kT} \frac{1}{r_0 + x} + \ln C$$

немесе потенциалдап, былай жазамыз:

$$\begin{aligned} p &= C \exp\left(\gamma \frac{M_{\text{жс}} m_0}{kT} \frac{1}{r_0 + x}\right) = C \exp\left(\nu \frac{M_{\text{жс}}}{r_0^2} \frac{m_0}{kT} \frac{r_0^2}{r_0 + x}\right) = \\ &= C \exp \frac{m_0 g}{kT} \frac{r_0^2}{r_0 + x}, \end{aligned}$$

C – тұрақтыны бастапқы $x=0$, $p=p_0$ шарттарын қолданып, табамыз:

$$p_0 = C \exp\left(\frac{m_0 g}{kT} r_0\right). \quad (11)$$

Осыдан
$$C = p_0 e^{-\frac{m_0 g}{kT} r_0} .$$

Сөйтіп, температураны тұрақты деп алып, ауырлық күшінің үдеуі g қашықтық бойынша өзгергенде, қысымның биіктікке тәуелділігі мына түрде анықталады:

$$p = p_0 \exp \left[- \frac{m_0 g}{kT} r_0 \left(1 - \frac{r_0}{r_0 + x} \right) \right] \quad (12)$$

Осы теңдеуден Жердің бетінен шексіз қашықта, демек

$$x \rightarrow \infty$$

$$p_\infty = p_0 \exp \left(- \frac{m_0 g}{kT} r_0 \right) \neq 0 \quad (13)$$

Жердің атмосферасы шексіз созылады және тығыздығы еш жерде ноль болмауы керек,

$$\rho \neq 0 \quad , \text{ қысым нольге тең болмайды}$$

Перрен тәжірибелері. Авогадро тұрақтысын анықтау

Газдар мен сұйытылған ерітінділердің қасиеттерін зерттеу үшін молекула-кинетикалық теорияның заңдарын қолдануды талдай отырып, Перрен молекулалар және броундық бөлшектердің қозғалысын бұл заңдар бірдей дұрыс сипаттайды деген қортындыға келді.

Эйнштейн заңы бойынша τ уақыт аралығында X осі немесе кез келген басқа осьтері бойымен *броундық бөлшектің ығысуының квадратының орташасы* $\overline{\Delta x^2}$ осы τ уақытқа пропорционал болады:

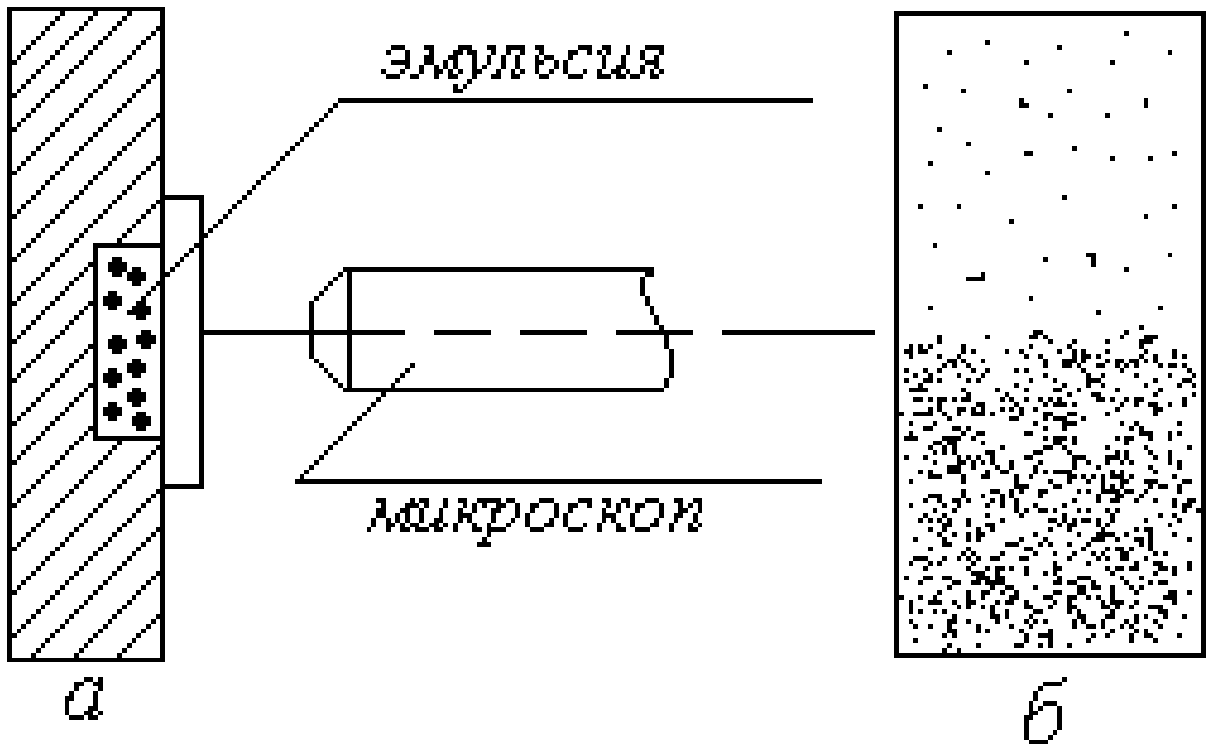
$$\overline{\Delta x^2} = 2D\tau, \quad (14)$$

Радиусы a сфералық бөлшектер үшін:

$$D = kT/6\pi\eta a,$$

мұндағы η – ортаның динамикалық тұтқырлығы.

$\overline{\Delta x^2}$ пен D ара қатысын Ж.Перреннің эксперименттік зерттеулері дәлелдеді. Осы тәжірибе өлшеулерінен Больцманның k тұрақтысы және Авогадро тұрақтысы N_A анықталды.



Бөлшектің потенциалдық энергиясы ε_n -ны:

$$\varepsilon_n = (m - m_c)gH$$

m_c – Архимед күшінің әсерінен бөлшек ығыстырған судың массасы

m – бөлшектің массасы.

Барометрлік формуланы мына түрде қолданады

$$n = n_0 e^{-\frac{(m - m_c)gH}{kT}}$$

Дәндердің тығыздығының үлестірілуін былай жазамыз:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{(m-m_c)gH}{kT}} \quad (15)$$

бір бөлшектің эффективті массасы

$$(m - m_c) = m_{\text{эфф}}$$

Оны ығыстырылған сұйықтың тығыздығы және V көлемі арқылы табамыз

$$m_{\text{эфф}} = m - \rho_0 V \quad (16)$$

$$H = \frac{kT \ln 2}{m_{\text{эфф}} \cdot g} \quad (17)$$

Авогадро саны $N_A = \frac{R}{k}$ (17)-ші теңдеуге қойсақ

$$N_A = \frac{kT \ln 2}{m_{\text{эфф}} \cdot gH} = 6,013 \cdot 10^{23}$$

$$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23}$$

Перрен тәжірибесі арқылы Больцман тұрақтысын анықтау

Егер бөлшектің массасы m болса, онда оның Архимед күшін ескерген кездегі салмағы:

$$mg \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right)$$

Барометрлік формула бойынша:

$$n = n_0 \exp \left[- \frac{mg \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right)}{kT} x \right] \quad (18)$$

(18) x_1 және x_2 қабаттарының арасындағы бөлшектер санын n_1 , n_2 десек, онда

$$\frac{n_1}{n_2} = n_0 \exp \left[- \frac{mg \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right)}{kT} (x_1 - x_2) \right] \quad (19)$$

Эмульсиядағы судың массасы $V_{\text{су}} = \frac{(M_1 - M_2)}{\rho_1}$

ρ_1 – судың тығыздығы, M_1 – судағы эмульсияның массасы
 M_2 – эмульсиядағы бөлшектің массасы

Эмульсиядағы бөлшектің көлемі: $V_M = \frac{M_0}{\rho_1} - \frac{M_1 - M_2}{\rho_1}$

M_0 – судың массасы

Осыған сәйкес бөлшектің тығыздығы мынаған тең:

$$\rho_0 = \frac{M_2}{V_M} = \frac{M_2 \rho_1}{M_0 - M_1 + M_2}$$

Эмульсиядағы бөлшектер дұрыс формалы шар болғандықтан Перрен олардың төмен құлаған жылдамдығын өлшеді. Радиусы a шарға v жылдамдықпен құлаған кезде, сұйық тарапынан кері итеруші күш әсер етеді

$$F = 6\pi\eta av$$

Шарға жоғары бағытталған Архимед күші әсер етеді

$$\frac{4}{3} \pi a^3 \rho g \longrightarrow \text{Ал, ауырлық күші} \quad mg = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho_0 g$$

Қорытқы күш:

$$F_1 = \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho_0 - \rho) g$$

Бұл күш эмульсиядағы бөлшектердің g үдеумен қозғалуына әсер етеді.

Жылдамдық өскен сайын үкеліс күші де артады. Нәтижесінде тұрақты бір жылдамдық болады, Перрен осы жылдамдықты өлшеген

$$6\pi\eta a v = \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho_0 - \rho) g \quad (20)$$

(20) Өрнекті пайдалана отырып, бөлшектің радиусы мен массасын анықтаймыз

$$a = \sqrt{\frac{9\eta\vartheta}{2g(\rho_0 - \rho)}} \quad m = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_0$$

(19) Формуланы логарифмдей отырып Больцман тұрақтысын анықтаймыз

$$k = \frac{m \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) g(x_2 - x_1)}{T \ln \left(\frac{n_1}{n_2}\right)}$$

БОЛЬЦМАН ЗАҢЫ

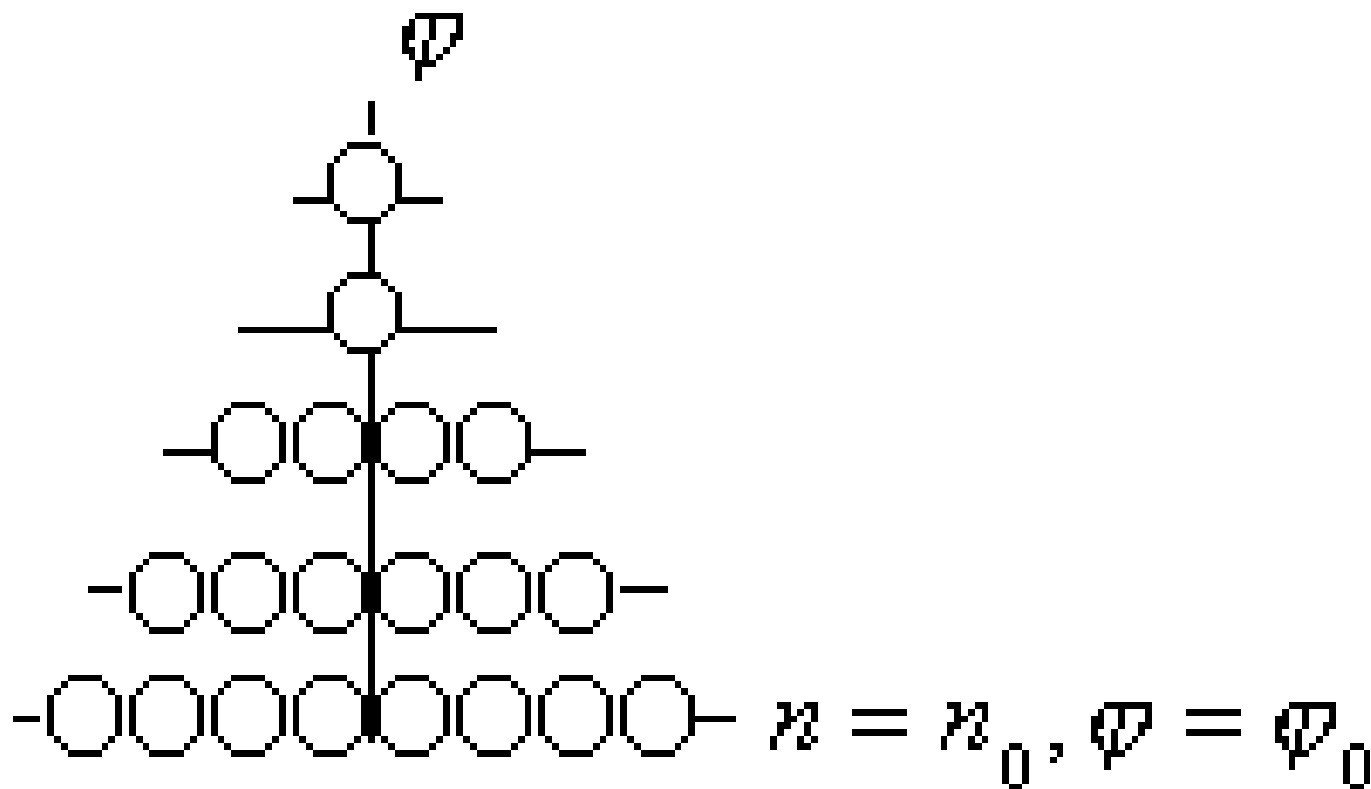
Жоғарыдағы (9)-шы барометрлік формула ауырлық күші өрісінде орналасқан газ үшін тағайындалған. Бұл өрнектің экспонентасындағы $m_0 g x$ шама молекуланың x биіктіктегі потенциалдық энергиясы. Жалпы жағдайда x биіктікті r деп белгілейміз. Олай болса, (9)-шы өрнек потенциалдық энергиясы $\varphi(r) = m_0 g r$ -ге тең n молекулалар санын анықтайды. $x = 0$ биіктіктегі бірлік көлемдегі молекулалар санын n_0 деп белгілейміз. Газдың қасиеттері ауырлық күшінен басқа өрістерде болса да, оның молекулалары $\varphi(r)$ потенциалдық энергияға ие, және молекулалар саны былай анықталады:

$$n = n_0 e^{-\frac{\varphi(r)}{kT}} \quad (21)$$

(21)-ші өрнектен $\varphi(r)$ энергиясына ие $\frac{n}{n_0}$ молекулалар үлесі тек температураға тәуелді. Бұл бізге энергиялары бойынша молекулалардың үлестірілуі температураға тәуелділігін дәлелдейді.

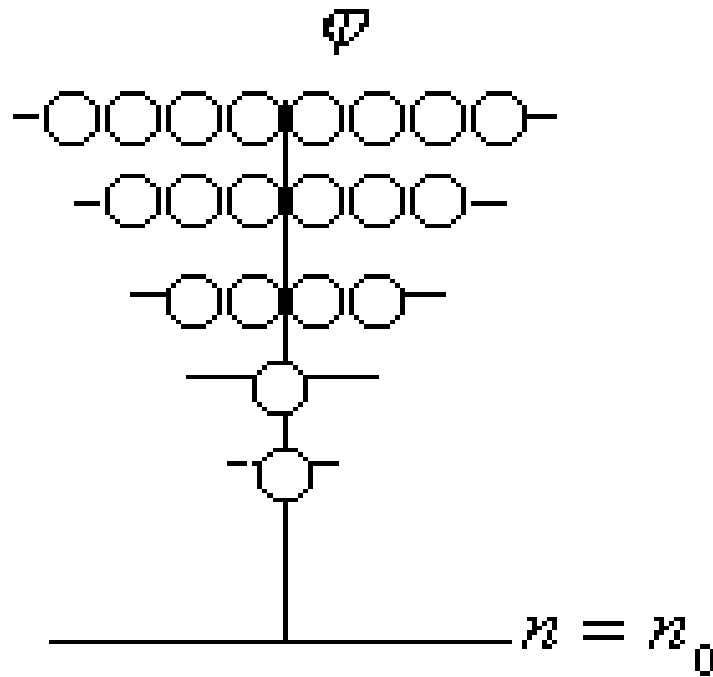
Молекулалардың биіктік бойынша әрбір нақты $\phi(r)$ потенциалдық өрісінде үлестірілуінің екіжақтылығы болады.

$$1) \frac{\phi(r)}{kT} \gg 1 ;$$



$$2) \frac{\phi(r)}{kT} \ll 1 ;$$

Молекулалардың энергетикалық деңгейлер бойынша осылай орналасуы – нормаль (қалыпты) үлестірілу деп аталады



3) Егер жүйеде термодинамикалық тепе-теңдік орын таппаса, онда микробөлшектердің Больцман үлестірілуінен ауытқуы байқалады. Мұндай ауытқулар кванттық жүйелерде (оптикалық кванттық генераторлар, лазер мен мазерлер) зерттеледі.

Бұны Больцманның үлестірілуін логарифмдеп $\ln \frac{n}{n_0} = -\frac{\varphi(r)}{kT}$, температураны былай анықтап, көруге болады:

$$T = -\frac{\varphi(r)}{k \ln \frac{n}{n_0}} \cdot \quad (15)$$

n/n_0 -дың қатынасы термодинамикалық тепе-теңдік орнамаған жүйеге (8) өрнегі түрінде жазылады, оны Больман заңы немесе Больцман үлестірілуі деп атайды:

$$\frac{n(r)}{n_0} = e^{-\frac{\varphi(r)}{kT}}$$

Әр түрлі r_1 және r_2 нүктелердегі бөлшектердің тығыздықтарының қатынасы осы нүктелердегі бөлшектердің потенциалдық энергияларының айырмасына тәуелді:

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp\left\{-\frac{\varphi(r_1) - \varphi(r_2)}{kT}\right\}.$$

Дербес жағдайда, осыдан барометрлік формула шығады. Бұл кезде $\varphi(r) = m_0gh$, демек бөлшектердің биіктік бойынша таралуы сонымен қатар, олардың потенциалдық энергияларының мәндері бойынша да үлестірілуі болып табылады.